Teil A

1. a) $P(A) = \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{5} = \frac{2}{625} \approx 0,32\%$

   b) In diesem Fall heißt Augensumme „mindestens 11“ entweder 11 oder 18. Die Summe 11 erhält man durch 2 + 9 = 11 oder 9 + 2 = 11, die Augensumme 18 = 9 + 9

   $P(B) = \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{5}+\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{5}+\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5} = \frac{2}{25}+\frac{2}{25}+\frac{4}{25} = \frac{8}{25} \approx 32\%$

2. In einer Tabelle kann man die Angaben übersichtlich darstellen

x	1	4	9	16
P(X = x)	a	b	0,2	0,1

Es gilt für die Summe der Wahrscheinlichkeiten:
a + b + 0,2 + 0,1 = 1 => a + b = 0,7 => I. a = 0,7 – b

Für den Erwartungswert (E(X) = 5 gilt:
$5 = 1\cdot a + 4\cdot b + 9\cdot 0,2 + 16\cdot 0,1$
$5 = a + 4\cdot b + 1,8 + 1,6$
$5 = a + 4\cdot b + 3,4$
Setzt man Gleichung I. ein, erhält man
$5 = 0,7 - b + 4\cdot b + 3,4$ => $5 = 4,1 + 3\cdot b$ => 3b = 0,9 => b = 0,3 in I. a = 0,4
Also: P(X = 1) = 0,4 und P(X = 4) = 0,3

3. Gegeben ist eine Bernoullikette mit der Länge n und der Trefferwahrscheinlichkeit p. Erklären Sie, dass für alle $k \in \{0; 1; 2;...; n\}$ die Beziehung B(n; p; k) = B(n; 1- p; n – k) gilt.
   Man betrachtet beide Seiten der Gleichung und setzt die Definitionen ein. Dann vergleicht man

   Linke Seite der Gleichung (l.S.): $B(n;p;k) = \binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k} = \frac{n!}{(n-k)!\cdot k!}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$

   Rechte Seite (r.S.):
   $B(n;1-p;n-k) = \binom{n}{n-k}\cdot(1-p)^{n-k}\cdot p^{n-(n-k)} = \frac{n!}{(n-(n-k))!\cdot(n-k)!}\cdot(1-p)^{n-k}\cdot p^{n-n+k} =$

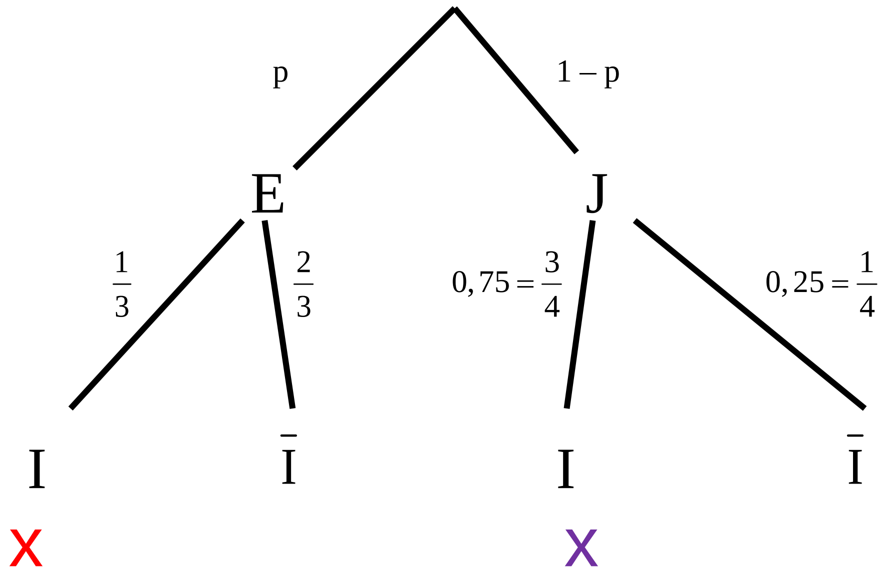
   $= \frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}\cdot(1-p)^{n-k}\cdot p^k$

   Beide Seiten sind also gleich (Vertauschen der Faktoren ist trivial)

Teil B

1. E: Person ist Erwachsener
   J: Person ist Jugendlicher oder Kind
   I: Person isst ein Eis

   z. B. mit Baumdiagramm p(ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit):



Für den Anteil (50% = 0,5) der Personen, die ein Eis essen, gilt (Pfade mit X):

$0,5 = \frac{1}{3}p + \frac{3}{4}(1-p) \quad => \quad 0,5 = \frac{1}{3}p + \frac{3}{4} - \frac{3}{4}p \quad => \quad -\frac{1}{4} = -\frac{5}{12}p \quad => p = \frac{3}{5} = 60\%$

Es nehmen also 0,6·60 = 36 Erwachsene an der Fahrt teil.

Alternative:
Bezeichnet man mit x die Anzahl der Erwachsenen, so erhält man folgende Gleichung:

$\frac{1}{3}x + \frac{3}{4}(60-x) = 30 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{3}x + 45 - \frac{3}{4}x = 30 \quad \Rightarrow \quad -\frac{5}{12}x = -15 \quad \Rightarrow \quad x = 36$

2.

a) Zu überlegen ist, ob die Einzelereignisse (Person i erscheint nicht zur Fahrt) unabhängig sind und dieselbe Wahrscheinlichkeit besitzen. Damit könnte man z.B. argumentieren:

Hat beispielsweise eine Familie reserviert, werden alle Familienmitglieder erscheinen oder nicht, die Annahme der Unabhängigkeit ist nicht gegeben.

b) Das bedeutet, dass mindestens 4 der 64 Personen mit Reservierung nicht zur Fahrt erscheinen:

$P_{0,1}^{64}(X \geq 4) = 1 - P_{0,1}^{64}(X \leq 3) = 1 - 0,10629 \approx 89,4\%$ (Wert aus der angegebenen Tabelle)

c) Dass mindestens eine Person abgewiesen wird, bedeutet, dass höchstens 3 der 64 Personen mit Reservierung nicht zur Fahrt erscheinen:

$P_{p}^{64}(X \leq 3) \leq 0,01$

In der Tabelle betrachtet man die Zeile mit k = 3 und sucht den ersten Wert, für den die Bedingung erfüllt ist, der also höchstens 0,01 beträgt.

Für p = 0,14 gilt: P = 0,01572 > 0,01 und für p = 0,15 gilt: P = 0,00924 < 0,01

Also ist der gesuchte Wert p = 0,15

d) $n = 200$

H_0: $p \leq 0,1$ $\qquad A = \{0; \ldots; \overset{27}{k}\}$ (Reservierungszahl wird nicht erhöht)

H_1: $p > 0,1$ $\qquad \overline{A} = \{\underset{28}{k+1}; \ldots; 200\}$ (Reservierungszahl wird erhöht)

$P_{0,10}^{200}(Z \geq k+1) \leq 0,05$

$1 - P_{0,10}^{200}(Z \leq k) \leq 0,05$

$-P_{0,10}^{200}(Z \leq k) \leq -0,95$

$P_{0,10}^{200}(Z \leq k) \geq 0,95$

$k \geq 27$

Entscheidungsregel: Die Nullhypothese wird abgelehnt, die Reservierungszahl also erhöht, wenn mindestens 28 Personen mit Reservierung nicht erscheinen würden.

e) Die für den Test relevante Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Reservierungszahl erhöht wird, obwohl höchstens 10% der Personen mit Reservierung nicht erscheinen. Das heißt, es soll verhindert werden, dass mehr Personen mit Reservierung abgewiesen werden.

f) Die Reservierungszahl wird nicht erhöht, obwohl mehr als 10% der Personen mit Reservierung nicht erscheinen. Dies hat die Konsequenz, dass Plätze nicht besetzt sind und das Unternehmen weniger einnimmt.