Teil A

1. a) H: Haushalt mit Holzpelletheizung S: Haushalt mit solarthermischer Anlage

Anteile mit Vierfeldertafel über die relativen Häufigkeiten:

	H	$\overline{H}$	
S	$\frac{1600}{6000}$	$\frac{600}{6000}$	$\frac{2200}{6000}$
$\overline{S}$	$\frac{800}{6000}$	$\frac{3000}{6000}$	$\frac{3800}{6000}$
	$\frac{2400}{6000}$	$\frac{3600}{6000}$	1

Grün markierte Werte aus dem Text ermittelt:

$\frac{2}{3}$ *von* $2400 = 1600$ 50% von 6000 = 3000

Alternativ: Anteile mit Vierfeldertafel über die absoluten Häufigkeiten (am einfachsten):

	H	$\overline{H}$	
S	1600	600	2200
$\overline{S}$	800	3000	3800
	2400	3600	6000

$$P_S(H) = \frac{P(H \cap S)}{P(S)} = \frac{\frac{1600}{6000}}{\frac{2200}{6000}} = \frac{1600}{2200} = \frac{8}{11} \approx 72{,}7\%$$

2. a) P(B) = p·0,6 + (1 – p)·0,2 alle Pfade, die zu B führen

0,3 = 0,6p + 0,2 – 0,2p

0,3 = 0,4p + 0,2 (*)

0,1 = 0,4p => p = 0,25

b) Aus (*) ergibt sich: P(B) = 0,4p + 0,2 Da p maximal den Wert 1 annimmt, gilt für den größtmöglichen Wert: P(B) = 0,4·1 + 0,2 = 0,6

Teil B

1. A: „Der Fahrer war allein unterwegs.“
   S: „Der Pkw war zu schnell.“

a) (Lösung auch über Vierfeldertafel möglich – hier nicht vorgeführt)

Variante 1

- *Abhängigkeit* bedeutet, dass $P(A) \cdot P(S) \neq P(A \cap S)$ oder $P_A(S) \neq P(S)$
- *Zu schnell* sind alle Fahrten mit v > 80, also 76 + 18 = 94 Fahrten;

Damit: $P(S) = \frac{94}{200} = \frac{47}{100} = 47\%$

- *Alleinfahrten*: 62% von 200 = 0,62·200 = 124

Damit: $P_A(S) = \frac{65}{124} = 52{,}4\%$

Also: $P_A(S) \neq P(S)$

Variante 2:

$P(A \cap S) = 65/200 = 0{,}325$

$P(A) \cdot P(S) = 0{,}62 \cdot 0{,}47 = 0{,}2914$

Also: $P(A) \cdot P(S) \neq P(A \cap S)$

Die beiden Werte sind unterschiedlich. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Alleinfahrer zu schnell ist, ist größer als die der Schnellfahrer insgesamt, was darauf zurückzuführen sein könnte, dass kein(e) Beifahrer(in) zur Regulierung der Geschwindigkeit beiträgt (indem er/sie z.B. sagt:“Fahr nicht so schnell!!!“)

b) Es gibt also vier Möglichkeiten, dies exemplarisch zu zeigen (nur eine davon soll gezeigt werden):

- 1. Klasse v ≤ 75 km/h

$$P_{0,8}^{100}(X \leq 75) = 0{,}13135 \approx \frac{26}{200} = 0{,}13$$

- 2. Klasse 75 km/h < v ≤ 80 km/h

$$P_{0,8}^{100}(75 < X \leq 80) = P_{0,8}^{100}(X \leq 80) - P_{0,8}^{100}(X \leq 75) = 0{,}53984 - 0{,}13135$$

$$= 0{,}4085 \approx \frac{80}{200} = 0{,}4$$

- 3. Klasse 80 km/h < v ≤ 85 km/h

$$P_{0,8}^{100}(80 < X \leq 85) = P_{0,8}^{100}(X \leq 85) - P_{0,8}^{100}(X \leq 80) = 0{,}91956 - 0{,}53984$$

$$= 0{,}37972 \approx \frac{76}{200} = 0{,}38$$

- 4. Klasse v > 85 km/h

$$P^{100}_{0,8}\ (X > 85) = 1 - P^{100}_{0,8}\ (X \leq 85)\ \ 1 - 0{,}91956\ = 0{,}08044 \approx \frac{18}{200}\ = 0{,}09$$

Der jeweils als vorletzte Zahl angegebene Bruch ist der aus dem Säulendiagramm in der Aufgabenstellung ermittelte Anteil.

c) $P(X \leq v^*) > 0{,}95$

- *v* wird nicht überschritten* heißt, dass $v \leq v^*$ ist, also $X \leq v^*$
- *Bei mehr als 95% der Fahrten* heißt, dass die Wahrscheinlichkeit für $X \leq v^*$ größer als 95% ist.

Ablesen in der Tabelle ergibt sich $k \geq 86$, also für $v^* = 86$ km/h

2. Die Polizei führt an der Messstelle eine Geschwindigkeitskontrolle durch. Bei einer Geschwindigkeit von mehr als 83 km/h liegt ein Tempoverstoß vor. Vereinfachend soll davon ausgegangen werden, dass die Geschwindigkeit eines vorbeifahrenden Pkw mit einer Wahrscheinlichkeit von 19 % größer als 83 km/h ist.

a) $p = 0{,}19$, n gesucht

$P(X \geq 1) \geq 0{,}99$

$1 - P(X = 0) \geq 0{,}99$ (Gegenereignis)

$-P(X = 0) \geq -0{,}01 \mid \cdot(-1)$

$P(X = 0)\ \leq\ 0{,}01$

$$\binom{n}{0} \cdot 0{,}19^0 \cdot 0{,}81^n \leq 0{,}01$$

$0{,}81^n \leq 0{,}01 \mid \ln\ldots$

$n \cdot \ln 0{,}81 \leq \ln 0{,}01 \ \mid : \ln\left(\frac{5}{6}\right) < 0$

$$n \geq \frac{\ln 0{,}01}{\ln\ 0{,}81}$$

$n \geq 21{,}8$

Es müssen mindestens 22 Messungen durchgeführt werden.

b) Erwartungswert (Binomialverteilung): $E(X) = n \cdot p = 50 \cdot 0{,}19 = 9{,}5$ $(n = 50)$

Standardabweichung: $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{E(X) \cdot (1-p)} = \sqrt{9{,}5 \cdot 0{,}81} = \sqrt{7{,}695} \approx 2{,}77$

Mehr als eine Standardabweichung unter dem Erwartungswert heißt weniger als $9{,}5 - 2{,}77 = 6{,}73$ oder „höchstens 6"

H_0: $p = 0{,}1$	$A = \{0; \ldots; 6\}$	(Abbruch)
H_1: $p = 0{,}19$	$\overline{A} = \{7; 8; \ldots; 50\}$	(kein Abbruch)

$$P^{50}_{0{,}10}(Z \geq 7) = 1 - P^{50}_{0{,}1}(Z \leq 6) = 1 - 0{,}77023 \approx 23{,}0\ \%$$