

**Teil A**

1. a) Wegen der Unabhängigkeit ermittelt man  $P(B)$  so:

$$P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)$$

$$0,3 \cdot P(B) = 0,12$$

$$P(B) = 0,12 / 0,3 = 0,4$$

	A	$\bar{A}$	
B	0,12	0,28	0,4
$\bar{B}$	0,18	0,42	0,6
	0,3	0,7	1

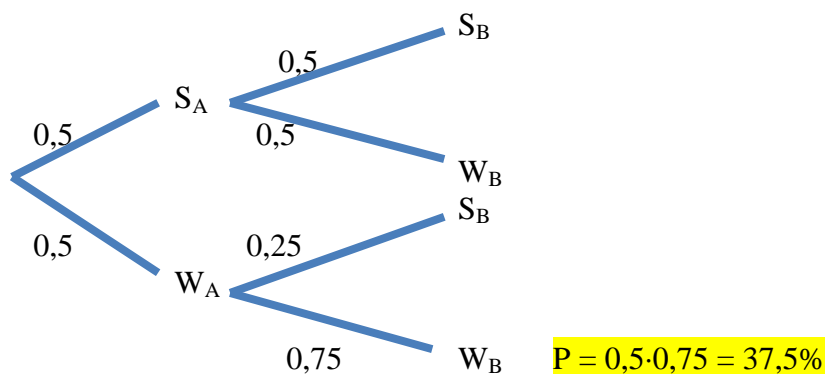
b) Der Anteil derjenigen, die die Absicht haben, die Regierungspartei zu wählen, ist unter den über 50jährigen genauso groß, wie unter der Gesamtbevölkerung bzw. unter den bis zu 50jährigen.

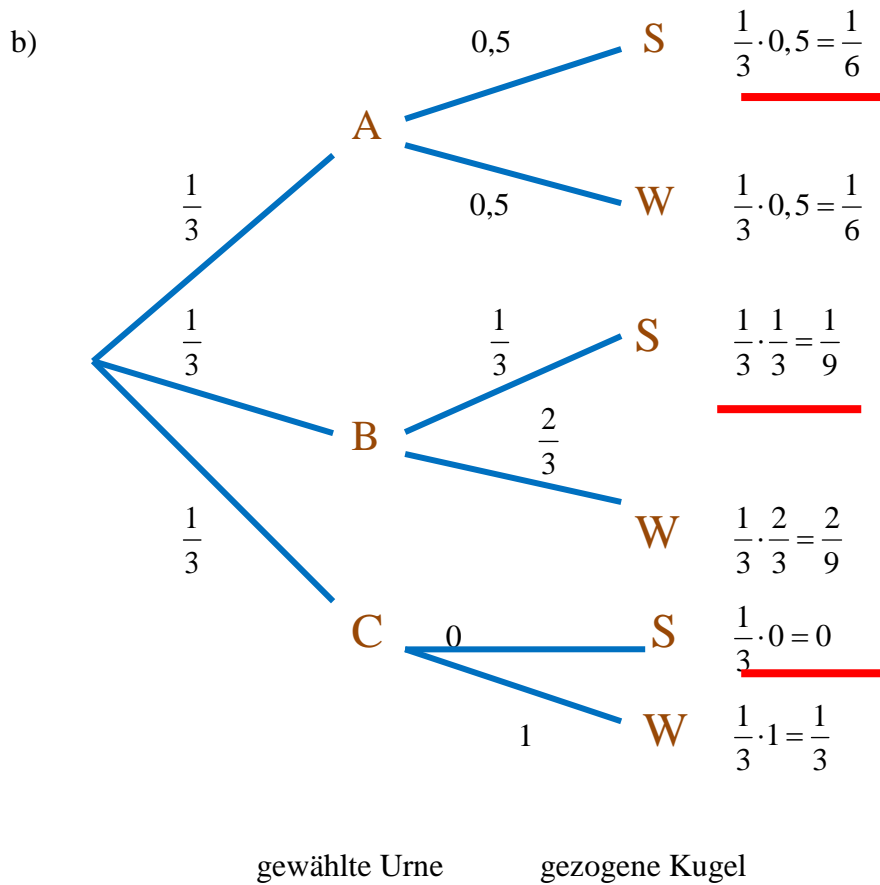
„...ist unabhängig vom Alter der Person“ kann man aus den beiden Ereignissen nicht folgern, da nur Personen über und unter 50 Jahren betrachtet werden, das Alter aber nicht weiter differenziert wird.

2. a) Damit zwei weiße Kugeln und eine schwarze in Urne C liegen, muss aus Urne B eine schwarze gezogen werden.

Veranschaulichung im Baumdiagramm:

- $S_A$ : Schwarze Kugel wird aus Urne A gezogen. (→ In Urne B: 2 W und 2 S)
- $S_B$ : Schwarze Kugel wird aus Urne B gezogen. (→ In Urne C: 2 W und 1 S)
- $W_A$ : Weiße Kugel wird aus Urne A gezogen. (→ In Urne B: 3 W und 1 S)
- $W_B$ : Weiße Kugel wird aus Urne B gezogen. (→ In Urne C: 3 W)





Dass Einsätze und Auszahlungen auf lange Sicht ausgeglichen sind, bedeutet: Der Erwartungswert für den Reingewinn (Auszahlung minus Einzahlung) ist Null.

Aus dem Baumdiagramm oben bestimmt man die Wahrscheinlichkeit für eine Auszahlung (rot unterstrichen) des unbekanntes Geldbetrags a:

$$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + 0 = \frac{5}{18} \quad \text{Hier ist der Reingewinn } a - 1, \text{ da } 1\text{€ eingezahlt wurde}$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{18} = \frac{13}{18} \quad \text{Hier ist der Reingewinn } -1.$$

Reingewinn x	a - 1	-1	
P(X = x)	$\frac{5}{18}$	$\frac{13}{18}$	

$$E(X) = 0$$

$$(a - 1) \cdot \frac{5}{18} - 1 \cdot \frac{13}{18} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{5}{18}a - 1 \cdot \frac{5}{18} - 1 \cdot \frac{13}{18} = 0$$

$$\frac{5}{18}a - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{5}{18}a = 1$$

$$a = \frac{18}{5} \quad \Rightarrow \quad a = 3,6 \quad \text{Also eine Auszahlung von } 3,60\text{€}.$$

**Kürzere Lösungsvariante:**

Dass Einsätze und Auszahlungen auf lange Sicht ausgeglichen sind, bedeutet auch: Der Erwartungswert der Auszahlung ist so groß wie die Einzahlung, also 1.

$$\text{Auszahlung: } P(A) = \frac{1}{3} \cdot 0,5 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{9} = \frac{5}{18}$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{18} = \frac{13}{18}$$

Auszahlung x	a	0	
P(X = x)	$\frac{5}{18}$	$\frac{13}{18}$	

$$E(X) = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{5}{18} a = 1$$

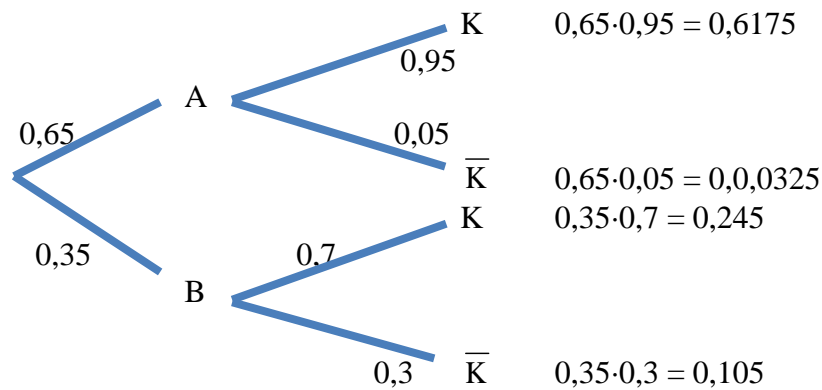
$$a = \frac{18}{5} \quad \Rightarrow \quad a = 3,6 \quad \text{Also eine Auszahlung von 3,60€.}$$

**Teil B**

Ein Großhändler bietet Samenkörner für Salatgurken in zwei Qualitätsstufen an. Ein Samenkorn der höheren Qualität A keimt mit einer Wahrscheinlichkeit von 95%, eines der Qualität B mit einer Wahrscheinlichkeit von 70%. Ein Anbaubetrieb kauft Samenkörner beider Qualitätsstufen, 65% aller gekauften Samenkörner sind von der Qualität A.

a) K: Samenkorn keimt

A|B: ausgewähltes Samenkorn ist von Qualitätsstufe A | B



α) Alle Pfade, die zu K führen:  $P(K) = 0,6175 + 0,245 = 86,25\%$

β) Bedingte Wahrscheinlichkeit (Keimen ist die Bedingung)

$$P_K(B) = \frac{P(K \cap B)}{P(K)} = \frac{0,245}{0,8625} = 28,4\%$$

b) Von Qualität B, heißt, dass für die Wahrscheinlichkeit p für das Keimen gilt:  $p = 0,7$

$$P(E) = P(X = 140) = \binom{200}{140} \cdot 0,7^{140} \cdot 0,3^{60} = 0,06146 \approx 6,14\% \text{ (auch über Tafelwerk)}$$

$$P(F) = P(130 < X < 150) = P(X \leq 149) - P(X \leq 130) = 0,93045 - 0,07279 \approx 85,8\%$$

c) • An dem Termteil „1 –“ erkennt man, dass es sich um das Gegenereignis von  $X \geq 275$  handeln muss. Also um das Ereignis  $X \leq 274$ .

•  $p = 0,95$  heißt, es handelt sich um Körner der Sorte A

•  $n = 100$ : Es werden 100 Körner gesät

Bedeutung: „Es keimen von den 300 gesäten Samenkörnern der Qualität A höchstens 274 Körner“

d) G: Pflanze trägt Gurken

**Variante 1**

Finanziell günstiger ist es, wenn der mittlere Verlust pro Samenkorn geringer ist, der entsteht, wenn die Pflanze keine Gurken trägt.

- Für Qualität A gilt:  
 $P(G) = 0,95 \cdot 0,85 = 0,8075$  (Korn keimt und Pflanze trägt eine Gurke)  $P(\bar{G}) = 0,1925$   
 Mittlerer Verlust pro Korn:  $0,1925 \cdot 17 \text{ Cent} = 3,2725 \text{ Cent}$
- Für Qualität B gilt:  
 $P(G) = 0,7 \cdot 0,75 = 0,525$  (Korn keimt und Pflanze trägt eine Gurke)  $P(\bar{G}) = 0,475$   
 Mittlerer Verlust pro Korn:  $0,475 \cdot 12 \text{ Cent} = 5,7 \text{ Cent}$

**Variante 2:**

Man berechnet, was eine fruchttragende Pflanze im Mittel kostet, wobei x der Preis dafür ist.

- Für Qualität A gilt:  
 $P(G) = 0,95 \cdot 0,85 = 0,8075$   
 $x \cdot 0,8075 = 17 \text{ Cent} \Rightarrow x \approx 21,0 \text{ Cent}$
- Für Qualität B gilt:  
 $P(G) = 0,7 \cdot 0,75 = 0,525$   
 $x \cdot 0,525 = 12 \text{ Cent} \Rightarrow x \approx 22,8 \text{ Cent}$

Bei beiden Varianten erkennt man: Es ist finanziell günstiger, sich auf Samenkörner der Qualität A zu beschränken

e)  $n = 100$

$$\begin{array}{l}
 H_0: p \leq 0,70 \\
 H_1: p > 0,7
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 A = \{0; 1; \dots; k\} \\
 \bar{A} = \{\underset{78}{k+1}; \dots; 200\} \quad (\text{Behauptung des Großhändlers})
 \end{array}$$

$$P_{0,70}^{100}(Z > k) \leq 0,05 \Rightarrow 1 - P_{0,70}^{100}(Z \leq k) \leq 0,05$$

$$-P_{0,70}^{100}(Z \leq k) \leq -0,95 \Rightarrow P_{0,70}^{100}(Z \leq k) \geq 0,95$$

$$k \geq 77$$

Die Behauptung des Großhändlers wird angenommen, wenn mindestens 78 Körner keimen.