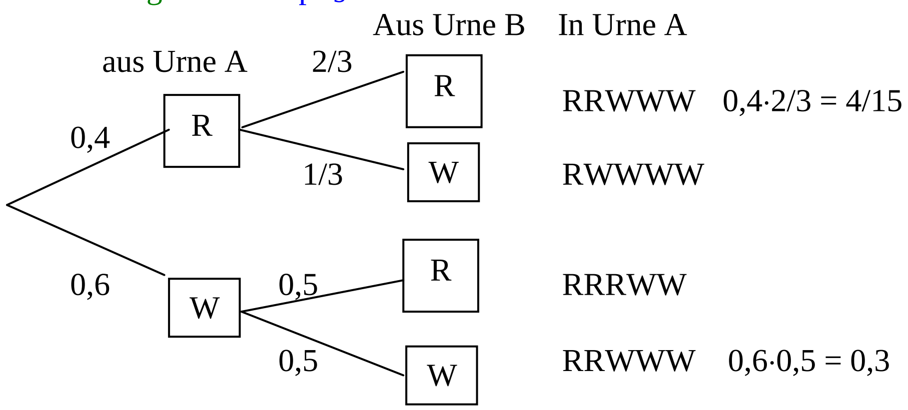
Teil A

1. a) Sehr hilfreich ist ein Baumdiagramm Skript §09



Also: 3 weiße und 2 rote oder 2 weiße und 3 rote oder 4 weiße und 1 rote Kugel

b) Im Baumdiagramm erkennt man P(E) = 4/15 + 0,3 = 17/30 > 0,5. Also ist P(E) größer als die des Gegenereignisses.

2. Binomialverteilung: Skript §06

$0{,}9^{20}$: genau 20 Treffer $\quad 20 = \binom{20}{1}$; damit $20 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9^{19}$: 19 genau Treffer

Also: „Es sind mindestens 19 Treffer.“

3. Erwartungswert: Skript §04

$$E(X) = 0 \cdot p_1 + 1 \cdot \frac{3}{10} + 2 \cdot \frac{1}{5} + 3p_2 = 0{,}7 + 3p_2$$

k	0	1	2	3
P(X = k)	p_1	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	p_2

Da die Summe der Wahrscheinlichkeiten 1 ergibt, gilt $p_1 + 0{,}3 + 0{,}2 + p_2 = 1$ und somit:

$p_1 + p_2 = 0{,}5$. Da $p_1 \geq 0$, muss gelten $p_2 \leq 0{,}5$

Also ist $E(X) = 0{,}7 + 3p_2 \leq 0{,}7 + 3 \cdot 0{,}5 = 2{,}2$

Teil B

Folgende Ereignisse werden festgelegt: W: Person ist weiblich
F: Person besitzt ein Fernsehgerät

Unabhängigkeit: Skript §03

1. a) $P\left(\overline{F} \cap W\right) = \frac{98-54}{200} = \frac{44}{200} = 22\%$

b) $P_F\left(W\right) = \frac{P(F \cap W)}{P(F)} = \frac{\frac{54}{200}}{\frac{54+65}{200}} = \frac{54}{119} = 43{,}4\%$

c) Es gibt 102 Jungen, also 98 Mädchen: $P(W) = \frac{98}{200} = 0{,}49$ und $P(F) = \frac{119}{200}$

$$\left.\begin{array}{r} P(F \cap W) = \frac{54}{200} = 0{,}27 \\ P\left(F\right) \cdot P\left(W\right) = \frac{119}{200} \cdot 0{,}49 = 0{,}29155 \end{array}\right\} \neq$$

Damit ist die Abhängigkeit der beiden Ereignisse gezeigt.

d) $\sum_{i=0}^{12} B\left(25; 0{,}55; i\right) = 30{,}8\%$ (Tafelwerk)

Folgende Ideen sind denkbar:

① Der Wert von 0,55 ist ein Mittelwert für die gesamte Altersstufe. Diese Wahrscheinlichkeit ist sicherlich altersabhängig und es ist nicht klar, ob sie für die 9. Klasse gilt.

② Bei einer repräsentativen Umfrage wird die relative Häufigkeit bestimmt, nicht die Wahrscheinlichkeit. Die relative Häufigkeit ist lediglich der Schätzwert der Wahrscheinlichkeit und nähert sich für große n der Wahrscheinlichkeit an.

2. a) Signifikanztests: Skript §08

$n = 100$

H_0: $p = 0{,}9$ — $A = \{k + 1; 4; 5; \ldots; 100\}$ (keine Bewilligung)

H_1: $p < 0{,}9$ — $\overline{A} = \{0; 1; \ldots; \underset{84}{k}\}$ (Bewilligung)

$P_{0,9}^{100}(Z \leq k) \leq 0{,}05$

$\sum_{i=0}^{k} B(100; 0{,}9; i) \leq 0{,}05$

$k = 84$

Entscheidungsregel: Bewilligung, wenn höchstens 84 Jugendliche (weniger als 85) einen Computer besitzen, ansonsten keine Bewilligung.

b) Binomialverteilung: Skript §06

b) $p = \frac{77+87}{200} = \frac{164}{200} = 82\%$ n = 100; k = 85

$$P(X=85) = \binom{100}{85} \cdot 0{,}82^{85} \cdot 0{,}18^{15} = 0{,}0807 = 8{,}07\%$$

3. Aus der Tabelle erkennt man, dass 94 Jugendliche ein Smartphone und 99 Jugendliche eine feste Spielekonsole haben.
   Definiert man die Ereignisse P: „Jugendlicher besitzt ein Smartphone“
   S: „Jugendlicher besitzt eine feste Spielekonsole“,
   dann ergibt sich folgende Vierfeldertafel, in der der gesuchte Wert mit x bezeichnet wird:

	P	$\overline{P}$	
S	**x**	99 – x	**99**
$\overline{S}$	94 – x	7 + x	101
	94	106	**200**

Die angegebene Vermutung besagt: $P_P(S) > P_{\overline{P}}(S)$

Also: $\frac{x}{94} > \frac{99-x}{106}$

$106x > 99 \cdot 94 - 94 \cdot x$

$200x > 99 \cdot 94$

$x > 46{,}43$

Mehr als 46 Personen müssen ein Smartphone und eine Spielekonsole haben.