1. *Nachdem die Verfilmung eines bekannten Romans erfolgreich in den Kinos gezeigt wurde, veröffentlicht eine Tageszeitung das Ergebnis einer repräsentativen Umfrage unter Jugendlichen. Der Umfrage zufolge hatten 88 % der befragten Jugendlichen den Roman zum Zeitpunkt des Kinostarts noch nicht gelesen, 18 % sahen die Verfilmung. Von den Befragten, die laut Umfrage den Roman zum Zeitpunkt des Kinostarts bereits gelesen hatten, gaben 60 % an, die Verfilmung gesehen zu haben.*

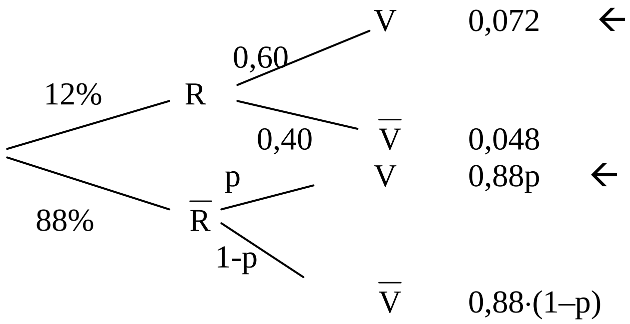
   Betrachtet werden folgende Ereignisse:

   R: „Eine aus den Befragten zufällig ausgewählte Person hatte laut Umfrage den Roman zum Zeitpunkt des Kinostarts bereits gelesen."

   V: „Eine aus den Befragten zufällig ausgewählte Person sah laut Umfrage die Verfilmung."

   a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine aus den Befragten zufällig ausgewählte Person, die laut Umfrage den Roman zum Zeitpunkt des Kinostarts noch nicht gelesen hatte, angab, die Verfilmung gesehen zu haben.

   Über Baumdiagramm: (B: „1,5 oder besser" ; S: „Schlechter als 1,5")



   Die mit einem Pfeil versehenen Pfade führen zum Ereignis V mit P(V) = 0,18 (aus der Angabe)
   Also: $0{,}18 = 0{,}072 + 0{,}88p$
   $0{,}108 = 0{,}88p$
   $p = 12{,}27\%$

   b) Beschreiben Sie das Ereignis $\overline{R} \cup \overline{V}$ im Sachzusammenhang und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses.

   $\overline{R} \cup \overline{V}$: Eine aus den Befragten zufällig ausgewählte Person hat den Roman nicht gelesen oder hat den Film nicht gesehen.
   Anders ausgedrückt: Eine aus den Befragten zufällig ausgewählte Person hat nicht sowohl den Roman gelesen als auch den Film gesehen.

   $P(\overline{R} \cup \overline{V}) = 1 - P(R \cap V) = 1 - 0{,}072 = 92{,}8\%$

   Oder als Summe aller Pfade, die ein $\overline{R}$ *oder* $\overline{V}$ *beinhalten, also der 2. Bis 4. Pfad von oben.*

2. *Ein Jahr später möchte die Tageszeitung ermitteln, ob sich durch die Verfilmung der Anteil p der Jugendlichen, die den Roman gelesen haben, wesentlich erhöht hat. Die Nullhypothese Ho: $p \leq 0{,}15$ soll mithilfe einer Stichprobe von 100 Jugendlichen auf einem Signifikanzniveau von 10 % getestet werden. Bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel.*

   n = 100

   H_0: $p \leq 0{,}15$ $\quad A = \{0; 1; \ldots; \overset{20}{k}\}$

   $\overline{A} = \{\underset{21}{k+1}; \ldots; 100\}$

   $P_{0,15}^{100}(Z \geq k+1) \leq 0{,}1 \quad \Rightarrow \quad 1 - P_{0,15}^{100}(Z \leq k) \leq 0{,}1$

   $-P_{0,15}^{100}(Z \leq k) \leq -0{,}90 \;|\cdot(-1) \quad \Rightarrow \quad P_{0,15}^{100}(Z \leq k) \geq 0{,}90$

   $k \geq 20$ (Aus Tafelwerk)

   Wenn mindestens 21 Jugendliche unter den befragten den Roman gelesen haben, entscheidet man sich dafür, dass sich der Anteil wesentlich erhöht hat.

Der Kurs Theater und Film eines Gymnasiums führt die Bühnenversion des Romans auf.

3. *Für die Premiere wird die Aula der Schule bestuhlt; in der ersten Reihe werden acht Plätze für Ehrengäste reserviert. Bestimmen Sie die Anzahl der Möglichkeiten, die die fünf erschienenen Ehrengäste haben, sich auf die reservierten Plätze zu verteilen, wenn*

   α) die Personen nicht unterschieden werden;

   $$\binom{8}{5} = 56$$

   β) die Personen unterschieden werden.

   $$\binom{8}{5} \cdot 5! = 6720$$

   Nennen Sie im Sachzusammenhang einen möglichen Grund dafür, dass die möglichen Anordnungen der Ehrengäste auf den reservierten Plätzen nicht gleichwahrscheinlich sind – unabhängig davon, ob die Personen unterschieden werden oder nicht.

   Z.B.: Manche Ehrengäste kennen sich und wollen nebeneinander sitzen, so dass die Wahrscheinlichkeit, dass der Platz neben einem bestimmten Ehrengast besetzt ist, größer sein könnte als neben einem anderen.

4. *Bei jeder Aufführung wird der Vorhang 15-mal geschlossen; dafür ist ein automatischer Mechanismus vorgesehen. Erfahrungsgemäß funktioniert der Mechanismus bei jedem Schließen des Vorhangs mit einer Wahrscheinlichkeit von 90%. Nur dann, wenn der Mechanismus nicht funktioniert, wird der Vorhang von Hand zugezogen.*

   a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
   A: „Bei einer Aufführung wird der Vorhang kein einziges Mal von Hand zugezogen.“
   B: „Bei einer Aufführung lässt sich der Vorhang zunächst viermal automatisch schließen, insgesamt wird der Vorhang jedoch genau zweimal von Hand zugezogen.“

Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der Schließungen, bei denen der Mechanismus funktioniert.

$P(A) = P(X = 15) = 0{,}9^{15} = 20{,}6\%$

$P(B) = P(X = 13) = 0{,}9^4 \cdot 0{,}1^2 \cdot 0{,}9^9 \binom{11}{2} = 13{,}98\%$

b) *Beschreiben Sie ein Urnenexperiment, mit dem sich das Verhalten des Mechanismus bei 15-maligem Schließen des Vorhangs simulieren lässt.*

15maliges Ziehen aus einer Urne mit 9 weißen und 1 schwarzen Kugel mit Zurücklegen. Ziehung einer schwarzen Kugel hat die Wahrscheinlichkeit 0,1 und steht somit für ein Schließen, bei dem der Mechanismus nicht funktioniert.

c) *Die Zufallsgröße X beschreibt, wie oft der Mechanismus beim Schließen des Vorhangs im Verlauf einer Aufführung nicht funktioniert. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Wert von X um mehr als eine Standardabweichung vom Erwartungswert der Zufallsgröße abweicht.*

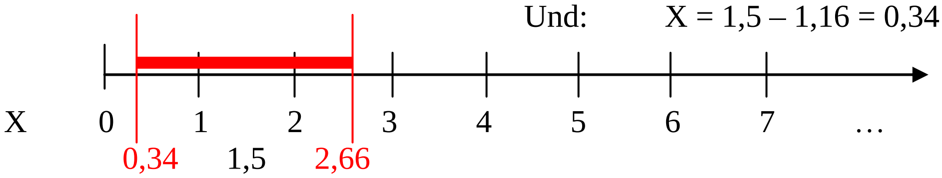
Erwartungswert: $E(X) = n \cdot p$

$E(X) = 15 \cdot 0{,}1 = 1{,}5$

Standardabweichung: $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{15 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9} = \sqrt{1{,}35} = 1{,}16$

„Abweichung um eine Standardabweichung“ : $X = 1{,}5 + 1{,}16 = 2{,}66$

Und: $X = 1{,}5 - 1{,}16 = 0{,}34$



Bei einer Abweichung von mehr als einer Standardabweichung sind alle Werte für X zu nehmen, die nicht im rot markierten Bereich liegen, also $X = 0$ und $X \geq 3$

$P(|X - E(X)| > 1{,}16) = P(X = 0) + P(X \geq 3) =$

$= P(X = 0) + 1 - P(X \leq 2) \approx 39{,}0\ \%$ (Tafelwerk: $n = 15$; $p = 0{,}1$)