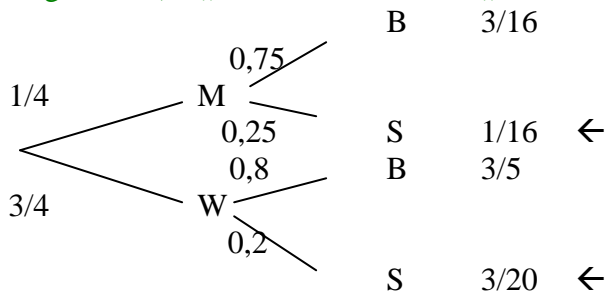


Für eine Quizshow sucht ein Fernsehsender Abiturientinnen und Abiturienten als Kandidaten. Jeder Bewerber gibt in einem online auszufüllenden Formular die Durchschnittsnote seines Abiturzeugnisses an.

- Insgesamt bewerben sich dreimal so viele weibliche wie männliche Personen, wobei 80 % der weiblichen und 75 % der männlichen Bewerber eine Durchschnittsnote von 1,5 oder besser angeben. Bestimmen Sie den Anteil der Personen unter allen Bewerbern, die eine schlechtere Durchschnittsnote als 1,5 angeben.

Über Baumdiagramm: (B: „1,5 oder besser“ ; S: „Schlechter als 1,5“)



$$P(S) = 3/20 + 1/16 = 17/80$$

- Aus dem Bewerberfeld werden zwanzig weibliche und zehn männliche Personen zu einem Casting eingeladen, das in zwei Gruppen durchgeführt wird. Fünfzehn der Eingeladenen werden für die erste Gruppe zufällig ausgewählt. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass für die erste Gruppe zehn weibliche und fünf männliche Personen ausgewählt werden, wird mit  $p$  bezeichnet.

a) Begründen Sie im Sachzusammenhang, dass  $p$  nicht durch den Term

$$\binom{15}{5} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{10} \text{ beschrieben wird.}$$

Dieser Term ist für ein Ziehen mit Zurücklegen geeignet. Da die Personen aber nur einmal ausgewählt werden, handelt es sich um Ziehen ohne Zurücklegen.

b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit  $p$  mithilfe eines geeigneten Terms.

$$p = \frac{\binom{20}{10} \cdot \binom{10}{5}}{\binom{30}{15}} \approx 0,300 = 30,0\%$$

Nach dem Casting stehen die zehn Kandidaten der Quizshow fest.

- Im Rahmen der Show müssen Aufgaben aus verschiedenen Fachgebieten gelöst werden. Die Anzahl der von einem Kandidaten zu lösenden Aufgaben aus dem Fachgebiet Mathematik ist gleich der Augensumme, die von ihm bei einmaligem Werfen zweier Würfel erzielt wird. Die beiden Würfel tragen jeweils auf zwei Seitenflächen die Augenzahl 0, auf drei Seitenflächen die Augenzahl 1 und auf einer Seitenfläche die Augenzahl 2.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der erste Kandidat genau zwei Aufgaben aus dem Fachgebiet Mathematik lösen muss.

Augensumme 2 wird erzeugt durch  $0 + 2 \mid 1 + 1 \mid 2 + 0$

$$P(X = 2) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{13}{36}$$

b) Die Zufallsgröße  $X$  beschreibt die Anzahl der von einem Kandidaten zu lösenden Aufgaben aus dem Fachgebiet Mathematik. Der Tabelle kann die Wahrscheinlichkeitsverteilung von  $X$  entnommen werden. Ermitteln Sie den fehlenden Wert der Wahrscheinlichkeitsverteilung sowie den Erwartungswert von  $X$ .

x	0	1	2	3	4
$P(X = x)$	$\frac{1}{9} = \frac{4}{36}$	$\frac{1}{3} = \frac{12}{36}$	$\frac{13}{36}$	$1 - \frac{30}{36} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{36}$

c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau einer der zehn Kandidaten keine Aufgabe aus dem Fachgebiet Mathematik lösen muss.

$$p = \frac{1}{9} \quad n = 1 \quad P(X = 1) = \binom{10}{1} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^1 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^9 \approx 38,5\% \quad \text{Binomialverteilung [Skript §06](#)}$$

d) Bestimmen Sie, wie viele Kandidaten an der Quizshow mindestens teilnehmen müssten, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 90 % wenigstens ein Kandidat darunter ist, der keine Aufgabe aus dem Fachgebiet Mathematik lösen muss.

3-Mindestens-Aufgaben [Skript §06 | 3.](#)

$$p = \frac{1}{9}, \quad n \text{ gesucht}$$

$$P(X \geq 1) > 0,9$$

$$1 - P(X = 0) > 0,9 \quad (\text{Gegeneignis})$$

$$- P(X = 0) > -0,1 \quad | \cdot (-1)$$

$$P(X = 0) < 0,1$$

$$\binom{n}{0} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^0 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^n < 0,1$$

$$1 \cdot 1 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^n < 0,1 \quad | \ln \dots$$

$$n \ln\left(\frac{8}{9}\right) < \ln 0,1 \quad | : \ln\left(\frac{8}{9}\right) < 0$$

$$n > \frac{\ln 0,1}{\ln\left(\frac{8}{9}\right)}$$

$$n > 19,55$$

Es müssen mindestens 20 Kandidaten teilnehmen.

Für eine Aufgabe aus dem Fachgebiet Mathematik kommen zwei Kuverts zum Einsatz, die jeweils fünf Spielkarten enthalten. Es ist bekannt, dass das eine Kuvert genau zwei und das andere genau drei rote Spielkarten enthält. Der Showmaster wählt, jeweils zufällig, ein Kuvert und aus diesem zwei Karten aus.

e) Bestätigen Sie rechnerisch, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die beiden ausgewählten Karten rot sind, 20 % beträgt.

Entweder zieht er aus dem Kuvert mit den 2 roten Karten, dann gilt für die Wahrscheinlichkeit, genau 2 rote Karten zu ziehen:  $P_1 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4}$

1. Zug: 2 rote/5karten insgesamt; 2. Zug: noch eine rote und 4 Karten insgesamt

Oder er zieht aus dem Kuvert mit den 3 roten Karten:  $P_2 = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4}$

Da er jedes Kuvert mit einer W. von 0,5 zieht ergibt sich:

$$P = 0,5 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + 0,5 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = 20\%$$

f) Der Showmaster zeigt die beiden ausgewählten Karten; sie sind tatsächlich rot. Der Kandidat wird nach der Wahrscheinlichkeit dafür gefragt, dass die beiden Karten aus dem Kuvert mit den drei roten Karten stammen. Bestimmen Sie diese Wahrscheinlichkeit.

Bedingte W.

R: „2 rote Karten“

K: „aus Kuvert mit den drei roten Karten“

$$P_R(K) = \frac{P(R \cap K)}{P(R)} = \frac{0,5 \cdot P_2}{P} = \frac{0,5 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4}}{0,2} = 0,75 = 75\%$$