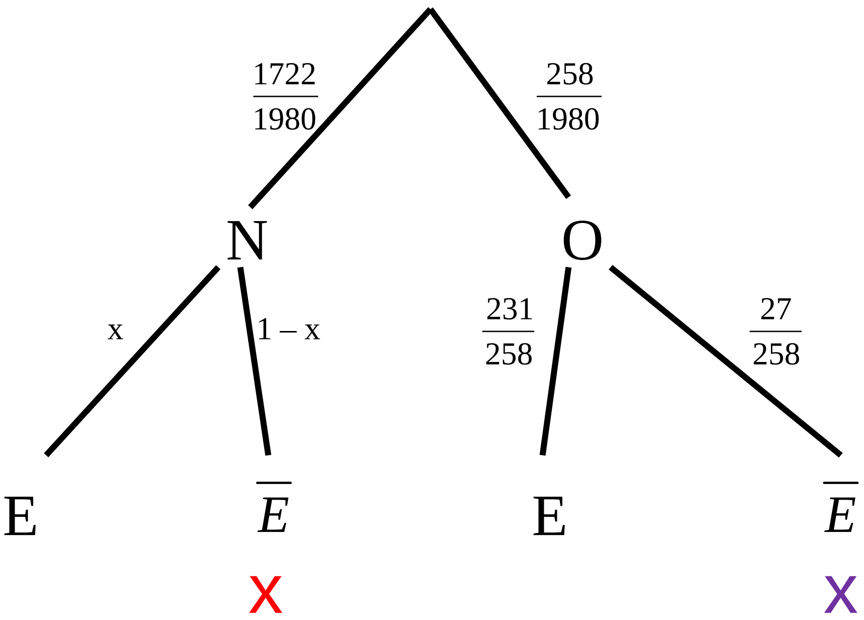
1. O: Einwohner aus Obernberg
   N: Einwohner aus Niederberg
   E: Person hat Einwand   Gesamtzahl: 1722 + 258 = 1980

   Mehrere Lösungsmöglichkeiten

   ① Anteile z.B. mit Baumdiagramm bestimmen (relativ schwierig):



Es gilt: Keine Einwände: $P(\overline{E}) = \dfrac{1089}{1980}$ (mit X markierte Pfade)

$$\frac{1089}{1980} = (1-x)\cdot\frac{1722}{1980} + \frac{258}{1980}\cdot\frac{27}{258}$$ Auflösen nach x

$$\frac{1089}{1980} = (1-x)\cdot\frac{1722}{1980} + \frac{1}{1980}\cdot\frac{27}{1} \quad |\cdot 1980$$

$$1089 = (1-x)\cdot 1722 + 27$$

$$1062 = (1-x)\cdot 1722$$

$$\frac{1062}{1722} = 1 - x$$

$$x = 1 - \frac{1062}{1722}$$

$$x = \frac{660}{1722} = 38{,}3\%$$ (Anteil der Gegner in Niederberg)

$$\frac{231}{258} = 89{,}5\%$$ (Anteil der Gegner Oberberg)

② Anteile mit Vierfeldertafel über die relativen Häufigkeiten (etwas leichter):

	O	N	
E	$\frac{231}{1980}$	$\frac{660}{1980}$	$\frac{891}{1980}$
$\overline{E}$	$\frac{27}{1980}$	$\frac{1062}{1980}$	$\frac{1089}{1980}$
	$\frac{258}{1980}$	$\frac{1722}{1980}$	1

Grün markierte Werte aus dem Text ermittelt; Anteile als Quotienten aus unterstrichenen Werten ermitteln:

Anteil Gegner Oberberg: $\frac{\frac{231}{1980}}{\frac{258}{1980}} = \frac{231}{258} = 89{,}5\%$

Anteil Gegner Niederberg: $\frac{\frac{660}{1980}}{\frac{1722}{1980}} = \frac{660}{1722} = 38{,}3\%$

③ Anteile mit Vierfeldertafel über die absoluten Häufigkeiten (am einfachsten):

	O	N	
E	231	660	891
$\overline{E}$	**27**	1062	**1089**
	258	**1722**	1980

Rote Werte aus dem Text ermittelt; Anteile als Quotienten aus unterstrichenen Werten ermitteln:

Anteil Gegner Oberberg: $\frac{231}{258} = 89{,}5\%$

Anteil Gegner Niederberg: $\frac{660}{1722} = 38{,}3\%$

b) Die gesuchten Wahrscheinlichkeiten lassen sich aus dem Baumdiagramm bzw. der Vierfeldertafel ablesen. (Bei der Vierfeldertafel unter ③ muss man stets durch 1980 dividieren um die Wahrscheinlichkeiten in den einzelnen Zellen zu erhalten.)

Es gilt: $p_1 = P(E \cap O)$ und $p_2 = P_E(O) = \frac{P(E \cap O)}{P(E)}$

Aus ①:

▶ $p_1 = \frac{258}{1980} \cdot \frac{231}{258} = \frac{231}{1980} = 11{,}67\%$ (Pfad über O nach E)

▶ $P(E) = 1 - P(\overline{E}) = 1 - \frac{1089}{1980} = \frac{891}{1980}$

$p_2 = \frac{\frac{231}{1980}}{\frac{891}{1980}} = \frac{231}{891} = 25{,}9\%$

Aus ②/③:

▶ $p_1 = \frac{231}{1980} = 11{,}67\%$ (Zelle links oben)

▶ Ermitteln von p_2: Quotient Zelle links oben durch Zelle rechts oben:

aus ②: $p_2 = \frac{\frac{231}{1980}}{\frac{891}{1980}} = \frac{231}{891} = 25{,}9\%$

aus ③: $p_2 = \frac{231}{891} = 25{,}9\%$

c) Begründung am Term:

Da $p_1 = P(E \cap O)$ und $p_2 = P_E(O) = \frac{P(E \cap O)}{P(E)}$ gilt:

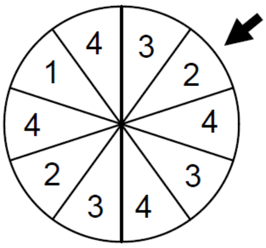
$p_2 = \frac{p_1}{P(E)}$; umgeformt: $p_2 \cdot P(E) = p_1$ bzw. $P(E) = \frac{p_1}{p_2}$

Wenn p1 > p2 wäre, dann wäre im letzten Bruch der Zähler größer als der Nenner und damit der Bruch größer als 1. Da der Bruch aber die Wahrscheinlichkeit P(E) ist, muss er immer kleiner oder gleich 1 sein.

Anschauliche Begründung:

p_1 ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Person in Oberberg wohnt und Einwände hat. p_2 ist der Anteil der Oberberger unter allen Windkraftgegnern. Gibt es nur in Obernberg Gegner, dann sind beide Wahrscheinlichkeiten gleich. Sobald unter den Windkraftgegnern auch welche aus Niederberg sind, wird p_2 kleiner als p_1. Damit kann kein Ergebnis mit $p_1 > p_2$ entstehen.

2. Gesucht der Erwartungswert. Hilfreich ist eine Wahrscheinlichkeitsverteilung in Tabellenform:
X ist der Reingewinn der Bürgerinitiative in €
10 Felder; Kategorie 1: 1 Feld
Kategorie 2: 2 Felder
Kategorie 3: 3 Felder
Kategorie 4: 4 Felder



	Kategorie 1	Kategorie 2	Kategorie 3/4
x_i	–7,50	– 2,50	2,50
$P(X = x_i)$	0,1	0,2	0,7

a) $E(X) = -7{,}5 \cdot 0{,}1 + (-2{,}5) \cdot 0{,}2 + 2{,}5 \cdot 0{,}7 = 0{,}5$
Der im Mittel zu erwartende Gewinn beträgt also 0,50 €.

b) $P(A) = 0{,}4^5 \cdot 0{,}6^5$ P(„Kategorie 4") = 0,4 | Plätze sind festgelegt: kein weiterer Faktor

$P(B) = \binom{10}{5} 0{,}4^5 \cdot 0{,}6^5$ Plätze sind nicht festgelegt

$P(C) = \binom{10}{5} 0{,}4^5 \cdot 0{,}1^5$ P(„Kategorie 1") = 0,1 | Plätze sind nicht festgelegt

3. p gesucht | n = 10

$P(X \geq 1) \geq 0{,}99$

$1 - P(X = 0) \geq 0{,}99$ Gegenereignis

$-P(X=0) \geq -0{,}01 \mid \cdot(-1)$

$P(X=0) \leq 0{,}01$

$\binom{10}{0} \cdot p^0 \cdot (1-p)^{10-0} \leq 0{,}01$

$(1-p)^{10} \leq 0{,}01 \mid \sqrt[10]{}$

$(1-p) \leq \sqrt[10]{0{,}01}$

$-p \leq \sqrt[10]{0{,}01} - 1 \mid \cdot(-1)$

$p \geq -\sqrt[10]{0{,}01} + 1$

$p \geq 36{,}9\%$

4. n = 200

H_0: $p \geq 0{,}55$ $\qquad$ $A = \{\overset{98}{k+1}; \ldots; 200\}$

$\overline{A} = \{0; 1; \ldots; \underset{97}{k}\}$

$P^{200}_{0,55}(Z \leq k) \leq 0{,}05$

$k \leq 97$

Die Vermutung des Gemeinderats wird angenommen, wenn sich mindestens 98 Wahlberechtigte gegen die Errichtung der Anlage aussprechen.